

Cursul 01

C01 CIRCUITE LINIARE DE PRELUCRARE A IMPULSURILOR

C01 Impulsuri electrice

Prin „impuls electric” se înțelege, de obicei, un semnal a cărui formă de undă este aproximativ dreptunghiulară, dar el poate reprezenta, în general, o mărime electrică variabilă în timp (tensiune sau curent) care pe anumite porțiuni prezintă variații rapide.

01.1.1 Clasificare

- *semnale analogice* - pot lua orice valori dintr-un anumit interval continuu, fiecare astfel de valoare având o anumită semnificație. Informația este purtată atât de valoare cât și de forma de semnal.

- *semnale digitale* (numerice, logice, de comutație) – la care doar un număr finit de valori poartă informația utilă (au un număr finit de valori). Ele se aproximează cu semnale dreptunghiulare.

Uzuale sunt semnalele binare (care au doar două valori care poartă informația). La semnalele numerice impulsul este o mărime electrică de formă aproximativ dreptunghiulară. În *fig.1.1* sunt prezentate forme de impulsuri – a) impulsuri dinte de fierăstrău, b) poate fi considerat tot ca un impuls electric, c) aproximare dreptunghiulară a impulsurilor reale.

Impulsurile pot fi *periodice* dacă funcția ce descrie variația în timp a semnalului este periodică, sau *singulare* dacă sunt declanșate de o anumită comandă.

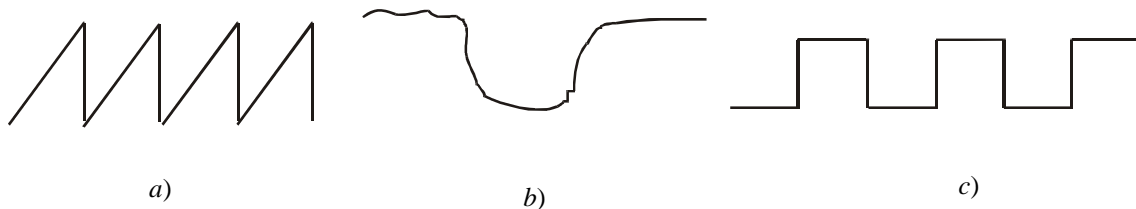


fig. 1.1

01.1.2 Mărimi ce caracterizează un impuls

a) cazul impulsurilor ideale dreptunghiulare (*fig.1.2*)

- amplitudinea impulsului (în acest caz ea coincide cu valoarea maximă) - V_0 ;
- perioada impulsului - T_0 ;
- durata impulsului - T ;
- frecvența impulsului - $f = 1/T_0$;
- factorul de umplere - $\gamma = \frac{T}{T_0}$;

$$\text{- valoarea medie a tensiunii - } V_m = \frac{1}{T_0} \int_0^{T_0} v(t) dt = \frac{T}{T_0} V_0 = \gamma V_0$$

Dacă impulsul are forma din *fig.1.3* avem : $V_m = \frac{E_1 T_1 + E_2 T_2}{T_1 + T_2}$ iar dacă $E_2 = -E_1$ și $T_1 = T_2$ ($\gamma = \frac{1}{2}$) unda se numește simetrică ($V_m = 0$).

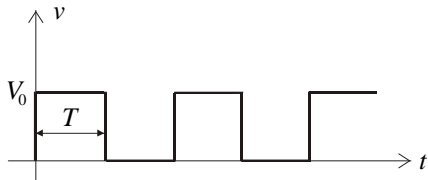


fig. 1.2

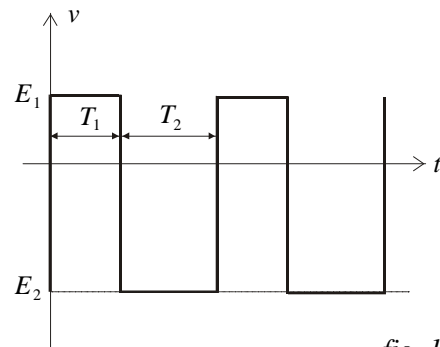


fig. 1.3

b) cazul impulsurilor reale (*fig.1.4*)

- durata T - intervalul de timp dintre momentul în care impulsul trece succesiv prin aceeași valoare (de regulă prin $0,5V_0$);
- frontul crescător – porțiunea din impuls în care acesta trece de la valoarea inferioară la cea superioară. Este caracterizat de un timp de creștere (t_f^+ , t_{cr} , t_{fLH}) definit ca intervalul de timp în care frontul crește de la valoarea $0,1V_0$ la $0,9V_0$;
- frontul descrescător – porțiunea din impuls în care acesta trece de la valoarea superioară la cea inferioară. Este caracterizat de un timp de descreștere (t_f^- , t_{desc} , t_{fHL}) definit ca intervalul de timp în care frontul descrește de la valoarea $0,9V_0$ la $0,1V_0$;
- δ (supracreștere) –amplitudinea maximă a oscilațiilor amortizate ce apar la trecerea de la o stare la alta. Aceste oscilații amortizate apar datorită răspunsului necorespunzător la frecvențe ridicate precum și datorită capacităților și inductanțelor parazite care apar inevitabil în circuit.
- Δ (căderea palierului) –se produce în cazul unor impulsuri de durată mare datorită răspunsului necorespunzător la frecvențe joase.

Uneori din comoditate timpul de creștere se calculează cu valoarea inițială 0, iar timpul de descreștere cu valoarea inițială V_0 ;

Impulsurile reale se aproximează cu impulsuri dreptunghiulare ideale dacă timpul de comutație dintr-o stare în alta este de cel puțin 10 ori mai mic. Timpii fronturilor depind de realizarea tehnologică a circuitului. Ei variază de la ordinul zecimilor de nanosecunde la microsecunde.

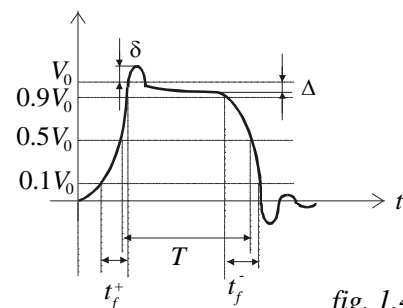


fig. 1.4

În afara impulsurilor dreptunghiulare, în tehnica impulsurilor se întâlnesc și alte forme de undă.

C02 Regimul tranzitoriu al unui circuit de ordinul I

În multe cazuri, un circuit poate fi aproximat cu un circuit de ordinul I, comportarea sa fiind descrisă cu o ecuație diferențială de ordinul I (funcția de transfer are un singur pol). În cazul circuitelor liniare funcția de transfer este o funcție rațională. Un circuit este de ordinul I dacă în circuit este predominant un singur element reactiv (capacitate sau inductanță).

Ecuația diferențială care descrie funcționarea unui astfel de circuit este:

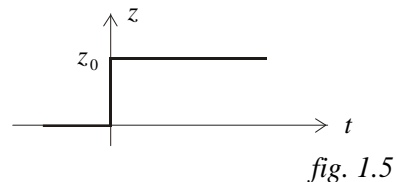
$$\tau \frac{dx}{dt}(t) + x(t) = z(t), \quad t > 0, \quad (1.1)$$

unde:

- $x(t)$ este mărimea electrică ce interesează în acel circuit;
- $z(t)$ este o mărime ce depinde de mărimea de excitație (de obicei o sursă independentă);
- τ este constanta de timp a circuitului.

Cazul cel mai frecvent întâlnit pentru $z(t)$ este semnalul treaptă de amplitudine z_0 , prezentat în *fig.1.5* și care este descris de

$$\text{următoarea ecuație: } z(t) = \begin{cases} 0, & t = 0 \\ z_0, & t \geq 0 \end{cases}$$



După $t \geq 0$, circuitul este excitat în curent continuu (mărimile tranzitorii sunt de curent continuu). Semnalele dreptunghiulare pot fi descopuse în semnale treaptă și întârziate. Circuitul ajunge în regim staționar după un timp foarte mare, teoretic infinit. Dacă $t \rightarrow \infty$ va rezulta $\frac{dx}{dt} = 0 \Rightarrow x(\infty) = z_0$ (amplitudinea semnalului treaptă). Astfel pentru $t \geq 0$ ecuația diferențială a circuitului devine:

$$\tau \frac{dx}{dt}(t) + x(t) = x(\infty), \quad t > 0, \quad (1.2)$$

cu valoare inițială precizată $x(0)$ la momentul $t = 0_+$, obținută după aplicarea saltului.

Soluția acestei ecuații este de forma:

$$x(t) = x(\infty) + A e^{-\frac{t}{\tau}}. \quad (1.3)$$

Presupunând că se cunoaște $x(0) = x(0_+) \Rightarrow A = x(0) - x(\infty) \Rightarrow$ soluția ecuației diferențiale ia forma:

$$x(t) = x(\infty) + [x(0) - x(\infty)] e^{-\frac{t}{\tau}}, \quad (1.4)$$

sau

$$x(t) = x(0) + [x(\infty) - x(0)](1 - e^{-\frac{t}{\tau}}). \quad (1.5)$$

Ne interesează să determinăm intervalul de timp în care semnalul trece prin două valori fixate (*fig.1.6*). Astfel pentru $x_1 = x(t_1) = x(\infty) + [x(0) - x(\infty)] e^{-\frac{t_1}{\tau}} \Rightarrow t_1 = \tau \ln \frac{x(\infty) - x(0)}{x(\infty) - x(t_1)}$.

În mod analog se obține $t_2 = \tau \ln \frac{x(\infty) - x(0)}{x(\infty) - x(t_2)}$ de unde rezultă $\Delta t = t_2 - t_1 = \tau \ln \frac{x(\infty) - x(t_1)}{x(\infty) - x(t_2)}$.

Pentru $x(0)=0$ și $x(t_1)=0.1 x(\infty)$, $x(t_2)=0.9 x(\infty) \Rightarrow \Delta t = t_2^+ - t_1^+ = \tau \ln 9 \approx 2.2 \tau$.

Dacă $x(0)=0$ și $x(t_1)=0$, $x(t_2)=0.9 x(\infty) \Rightarrow \Delta t = t_2^+ - t_1^+ = \tau \ln 10 \approx 2.3 \tau$.

Dacă $x(0)=0$ și $x(t_1)=0$, $x(t_2)=0.99 x(\infty) \Rightarrow \Delta t = t_2^+ - t_1^+ = \tau \ln 100 \approx 4.6 \tau$.

Regimul staționar se atinge după 3 sau 4 constante de timp (la circuitele de ordinul I).

În practică, τ , $x(0)$ și $x(\infty)$ se pot deduce de pe circuit în funcție de anumite aspecte fizice. Astfel pentru $x(0)$ se ține seama că nu poate exista salt brusc de tensiune pe o capacitate și de asemenea că nu există salt brusc de curent printr-o inductanță.

În cazul în care circuitele își modifică brusc configurația (prin închiderea sau deschiderea unor comutatoare) atunci este preferabil să mutăm originea axei timpului la momentul ultimei modificări de salt.

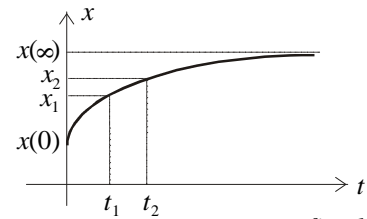


fig. 1.6

C03 Circuitul RC serie ideal

Pentru circuitul din fig.1.7 se consideră inițial condensatorul descărcat. Aplicând teorema II a lui Kirchhoff se obține:

$$e(t) = u_R(t) + u_C(t)$$

dar $u_R(t) = Ri(t) = RC \frac{du_C}{dt}(t)$ de unde rezultă că ecuația circuitului devine una de ordinul I :

$$e(t) = \tau \frac{du_C}{dt}(t) + u_C(t)$$

unde $\tau = RC$ este constanta de timp a circuitului.

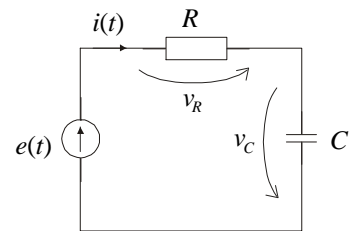


fig. 1.7

Se aplica în continuare semnale $e(t)$ de forme diferite.

a) $e(t)$ - semnal treaptă de amplitudine E

$$u_C(0) = 0, u_R(0) = E, u_C(\infty) = E, u_R(\infty) = 0$$

\Rightarrow legile de variație: $u_R(t) = E e^{-\frac{t}{\tau}}$ și $u_C(t) = E (1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$.

La un moment t_α vom avea relațiile $u_R(t_\alpha) = \alpha E$ și

$$u_C(t_\alpha) = (1 - \alpha) E \Rightarrow t_\alpha = \tau \ln \frac{1}{\alpha}$$

Dacă $\alpha = 0.1 \Rightarrow t_\alpha = 2.3 \tau$. Formele de undă astfel obținute sunt reprezentate în fig.1.8

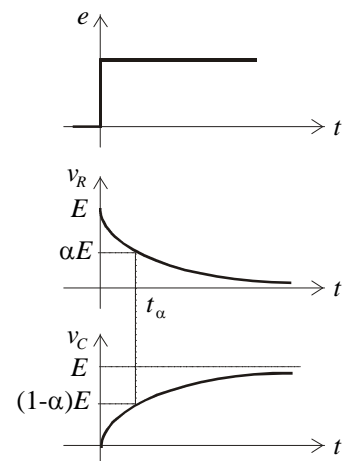


fig. 1.8

b) $e(t)$ - impuls singular de amplitudine E și durată T

Acest semnal poate fi descompus în două semnale treaptă de amplitudine E respectiv $-E$, dintre care cel de-al doilea este întârziat cu durată T față de primul ca în fig.1.9. Evident $e(t) = e_1(t) + e_2(t)$ (teorema superpoziției deoarece circuitul este linear).

Se disting în continuare

3 cazuri:

b1) dacă $T \approx \tau$

La momentul $t = 0$ vom avea:

$$u_C(0) = 0, u_R(0) = E,$$

$$u_C(\infty) = E, u_R(\infty) = 0$$

rezultă: $u_R(-T) = E e^{-\frac{T}{\tau}}$ și $u_C(-T) = E(1 - e^{-\frac{T}{\tau}})$.

Se mută originea timpului la momentul $t = T$

atunci $t' = t - T = 0 \Rightarrow u_C(0) = u_C(T_+) = v_C(T_-)$

(nu există alt salt de tensiune pe condensator)

$$u_R(0) = u_R(T_+) = u_R(T_-) + (-E) = E(e^{-\frac{T}{\tau}} - 1),$$

$$u_C(\infty) = E, u_R(\infty) = 0.$$

Pentru $t' \geq 0$ vor rezulta expresiile:

$$u_R(t') = E(e^{-\frac{T}{\tau}} - 1)e^{-\frac{t'}{\tau}} \text{ și } u_C(t') = E(1 - e^{-\frac{T}{\tau}})e^{-\frac{t'}{\tau}}$$

În acest caz formele de undă sunt ca în fig.1.10.

b2) dacă $T \gg \tau$

Între 0 și T expresia tensiunii pe R și C este cea de la punctul a) sau b1). la sosirea frontului negativ al impulsului, C era deja încărcat până la valoarea staționară E , iar tensiunea pe R devenise egală cu 0. După frontul căzător expresia lui u_R și u_C sunt cele de la b1) în t' cu

observația că $e^{-\frac{T}{\tau}} \approx 0 \Rightarrow u_R(t') = -E e^{-\frac{t'}{\tau}}$ și $u_C(t') = E e^{-\frac{t'}{\tau}}$.

Formele de undă în acest caz sunt ca în fig.1.11.

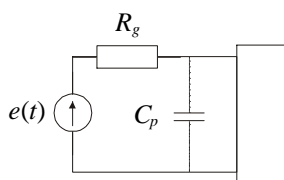


fig. 1.12

În circuitele ce prelucrează impulsul (fig.1.12), niciodată impulsul nu este dreptunghiular ci de formă u_C . Aceste circuite trebuie să aibă capacități de intrare cât mai mici pentru a nu deforma

impulsurile. În acest caz circuitul serie RC cu $T \gg \tau$ și cu ieșire pe R se numește *circuit de derivare (diferențiere)*.

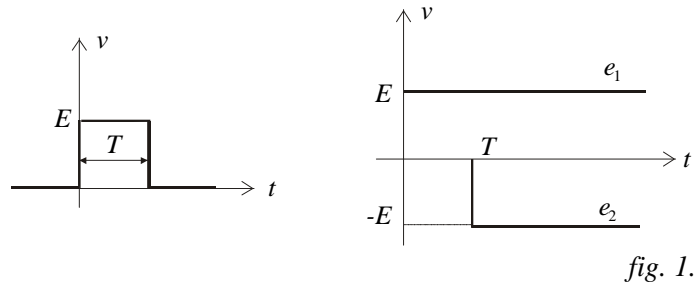


fig. 1.9

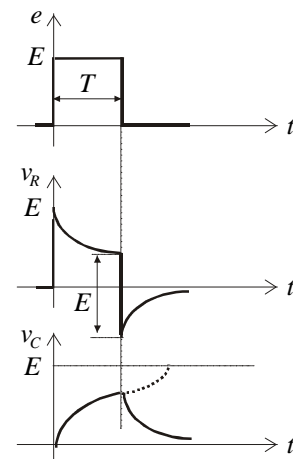


fig. 1.10

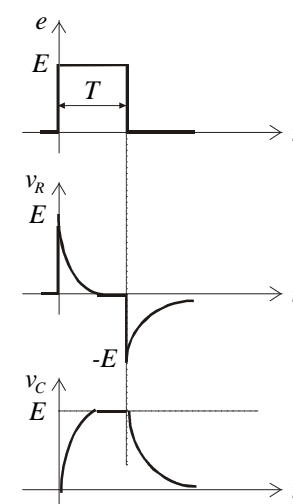


fig. 1.11

b3) dacă $T \ll \tau$

Între 0 și T expresia tensiunii pe R și C este cea de la punctul a) care se dezvoltă în serie Taylor în jurul punctului 0 și se rețin doar termenii de ordinul I adică o aproximare liniară.

$$u_R(t) = E e^{-\frac{t}{\tau}} \approx E \left(1 - \frac{t}{\tau}\right) \text{ și } u_C(t) = E \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right) \approx E \frac{t}{\tau}$$

(creștere aproximativ liniară).

Pentru $t > T$ (adică variabila t') $u_R(t')$ și $u_C(t')$ sunt date de expresiile de la b1), unde deasemenea se dezvoltă în serie Taylor în jurul lui 0.

Formele de undă sunt reprezentate în *fig.1.13* unde se observă că u_R este foarte aproape de tensiunea de intrare. În acest caz circuitul serie RC cu $T \ll \tau$ și cu ieșire pe R se numește *circuit de trecere*, deoarece pe rezistență se regăsesc impulsuri cu aproximativ aceeași formă ca cele de intrare.

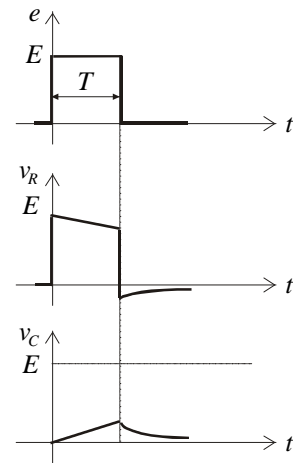


fig. 1.13

c) $e(t)$ - tensiune dreptunghiulară periodică

În acest caz tensiunea $e(t)$ este o mărime periodică de forma $e(t) = E_0 + \sum_{k=1}^{\infty} E_k \sin(k\omega t + \phi_k)$, unde $\omega = \frac{2\pi}{T_1 + T_2}$ este pulsația fundamentală iar forma sa de undă este cea din *fig.1.3*. Se disting din nou 3 cazuri.

c1) dacă $T_1, T_2 \approx \tau$

Sistemul are pentru v_R un regim tranzitoriu (*fig.1.14.a*) iar după aproximativ 3τ sau 4τ el intră în regimul staționar (*fig.1.14.b*).

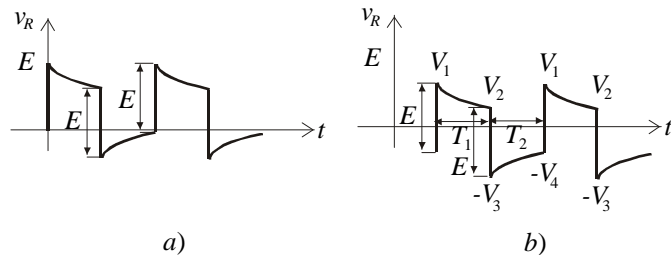


fig. 1.14

În acest caz avem următoarele relații:

$$V_2 = V_1 e^{-\frac{T_1}{\tau}}, \quad V_4 = V_3 e^{-\frac{T_2}{\tau}} \text{ și } V_2 + V_3 = E, \quad V_1 + V_4 = E$$

⇒

$$V_1 = E \frac{1 - e^{-\frac{T_2}{\tau}}}{1 - e^{-\frac{T_1 + T_2}{\tau}}}, \quad V_2 = E \frac{1 - e^{-\frac{T_2}{\tau}}}{1 - e^{-\frac{T_1 + T_2}{\tau}}} e^{-\frac{T_1}{\tau}}, \quad V_3 = E \frac{1 - e^{-\frac{T_1}{\tau}}}{1 - e^{-\frac{T_1 + T_2}{\tau}}}, \quad V_4 = E \frac{1 - e^{-\frac{T_1}{\tau}}}{1 - e^{-\frac{T_1 + T_2}{\tau}}} e^{-\frac{T_2}{\tau}}$$

c2) dacă $T_1, T_2 \gg \tau$

Răspunsul circuitului cu ieșirea pe rezistență este specific circuitului de derivare, adică impulsuri scurte (*fig.1.15*). Vom avea:

$$V_2 = V_4 = 0 \text{ și } V_1 = V_3 = E$$

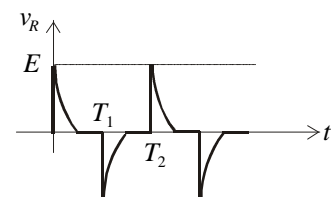


fig. 1.15

c3) dacă $T_1, T_2 \ll \tau$

În acest caz formele de undă pe rezistor și condensator sunt prezentate în *fig.1.16*. Formele de undă pe rezistență sunt identice cu cele de la intrare dar cu componentă continuă nulă. Vor fi deplasate în jos pe Oy cu E_2 .

$$E_2 = E_0 = \frac{T_1}{T_1 + T_2} E = \gamma E \Rightarrow E_1 = E - E_2 = (1 - \gamma) E.$$

Se definește și $\Delta V = \frac{1}{C} i_{desc} T_2$ unde $i_{desc} \approx \frac{E_0}{R}$

$$\Rightarrow \Delta V = \frac{1}{\tau} T_2 E_0 = \frac{T_1 T_2}{\tau(T_1 + T_2)} E.$$

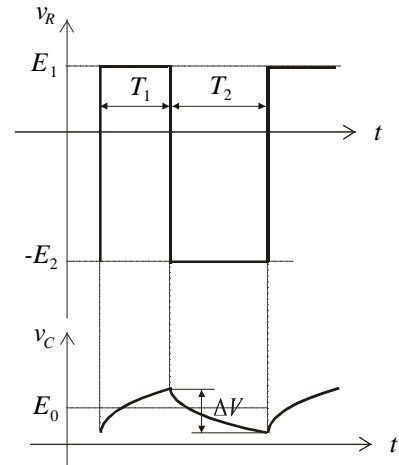


fig. 1.16